

Documento de trabajo investigación



**Modelo de gestión para calcular el
valor de riesgo (VaR)**



Tabla de Contenido

| | |
|--|----|
| Modelo de gestión para calcular el valor de riesgo (VaR) | 1 |
| Tabla de Contenido | 2 |
| Resumen | 4 |
| Abstrac. | 4 |
| Introducción | 5 |
| Incidencias del valor en riesgo VaR | 6 |
| Método paramétrico varianza – covarianza | 6 |
| Método simulación histórico | 7 |
| Método simulación monte Carlo | 7 |
| Diferencia entre el VaR y CVaR | 7 |
| Modelo de paramétrico de varianza – covarianza | 8 |
| Modelos aplicativos | 8 |
| Limitaciones del método | 9 |
| Modelo practico | 9 |
| Método simulación histórico | 10 |
| Características | 11 |
| Desventajas y ventajas del método | 11 |
| Procedimiento | 12 |
| Modelo de aplicación | 12 |
| Método simulación Monte Carlo | 15 |
| Procedimiento | 16 |
| Modelo aplicativo | 20 |
| ¿Cuál de los tres métodos, es el más indicado para el inversionista, según resultados del modelo? | 23 |

| | |
|---|----|
| Simulación histórica | 23 |
| Modelo backtesting y prueba kupiec | 24 |
| Definir los parámetros | 25 |
| Formula del estadístico | 25 |
| Prueba Valué-p | 25 |
| Fundamento del Kupiec | 26 |
| Inconsistencias al estimar el VaR | 26 |
| Modelo aplicativo | 27 |
| Escenarios 1 (Kupiec (LR)) | 28 |
| Resumen de validación (504 días (2 años) / 30 excepciones) | 28 |
| Escenarios 2 | 30 |

Modelo de gestión para calcular el valor de riesgo (VaR)

Rodrigo Pérez Peña
Docente investigador Universidad Piloto de Colombia
Ciudad, país
ingpepe@hotmail.com

Resumen

El propósito de la presente investigación es analizar las implicaciones en un modelo de cartera de activos financieros, la aplicación de las diferentes metodologías del valor en riesgo (VaR) y el valor en riesgo condicionado con la prueba del backtesting. La cartera utilizada para la valoración, está conformada de seis (6) de la bolsa de valores de Colombia de diferentes sectores financieros; BColombia, Davivienda, Ecopetrol, Gruposura, Nutresa, PFBColom; en un horizonte operativo de los años 2018 y 2019.

Mediante las técnicas de la teoría de portafolios de Markowitz se realiza la optimización de la cartera identificando el mínimo riesgo con una máxima rentabilidad, que llevado ese riesgo de la cartera a las técnicas de valor en riesgo; se mida las pérdidas y ganancias de una inversión de capital para un inversionista en un momento dado.

Palabras Claves. Valor en riesgo, valor en riesgo condicionado, rentabilidad de cartera, estado de perdidas y ganancias, nivel de confianza, nivel de significancia.

Abstract

The purpose of this research is to analyze the implications in a financial asset portfolio model, applying different Value at Risk (VaR) and Conditional Value at Risk (CVaR) methodologies, including backtesting. The portfolio used for this valuation consists of six stocks from the Colombian Stock Exchange across various sectors: BColombia, Davivienda, Ecopetrol, Gruposura, Nutresa, and PFBColom, covering an operating horizon of 2018 and 2019.

Using Markowitz Portfolio Theory, the portfolio is optimized to identify the minimum risk for maximum return. By applying these portfolio risk results to VaR techniques, the

potential gains and losses of a capital investment can be measured for an investor at any given time.

Introducción

En la gestión al riesgo financiero se tiene por tradición calcular el riesgo en la inversión en carteras de inversión de portafolios de acciones, el cálculo del valor en riesgo VaR mediante; el método del Valor del delta normal, simulación histórica, simulación Monte Carlos.

¿Qué son estos métodos? Son herramientas para medir el riesgo que se presenta al realizar inversiones de capital ante, fluctuaciones del mercado financiero; para ello se viene utilizando el “*Valor en Riesgo*” comúnmente llamado VaR; este indicador surge como alternativa para prevenir al inversor en la toma de decisiones, al invertir el dinero en una cartera de activos financieros, siguiendo el criterio de la teoría de cartera de Markowitz.

La relevancia de cada uno de ellos esta implícito en la decisión cuan conservador o riesgoso, sea el inversor a la exposición del capital.

Además del VaR también, se tiene el CVaR (por sus siglas en inglés, *Conditional Value at Risk*) o valor en riesgo condicional, es una métrica estadística avanzada utilizada en finanzas para **cuantificar y gestionar el riesgo de pérdidas extremas** en una cartera de inversión o activo financiero.

A diferencia del **VaR** (Valor en Riesgo), que indica la pérdida máxima potencial bajo condiciones normales, el CVaR se enfoca en lo que ocurre cuando se supera ese umbral.

¿Qué mide el VaR?

El VaR mide la posible máxima pérdida que podría tener una cartera, En otras palabras, el VaR; significa el peor escenario posible para un activo o portafolio, dadas las condiciones normales de mercado, en un horizonte de tiempo determinado y un nivel de confianza.

¿Qué mide exactamente el CVaR?

El CVaR mide la **pérdida promedio esperada** en los escenarios más desfavorables (la "cola" de la distribución), que exceden el umbral establecido por el VaR.

Incidencias del valor en riesgo VaR

Al realizar la valoración del valor en riesgo se pueden presentar dos situaciones que se deben tener en cuenta.

La sobrevaloración o sobreestimación; significa que el modelo, está proyectando pérdidas potenciales mayores a las que realmente podrían ocurrir bajo condiciones normales de mercado.

¿Cuáles son las consecuencias para una empresa o inversionista?

- ✚ **Inmovilización de capital.** Al tener un VaR excesivamente alto hace que las empresas financieras conserven reservas de capital altas, para cubrir posibles pérdidas.
- ✚ **Costo de oportunidad elevado.** Al ser un inversionista demasiado conservador puede eludir acciones, activos o estrategias que por error el modelo considera altamente riesgosas, ocasionando pérdidas en rendimientos potenciales.
- ✚ **Decisiones inoperantes.** Al conducir a la venta de activos o acciones o cierre de actividades ante la falsa alarma de riesgo; situación que afecta el rendimiento de la cartera como el incremento del costo por transacción.
- ✚ **Perdida de competitividad.** Al sobreestimar el riesgo una empresa en sus activos, pierde credibilidad y sus productos dejan de ser atractivos ante los competidores que presentan menos riesgo.

La subestimación es otra situación que presenta un mayor peligro al ofrecer una aparente seguridad dejando a la empresa sin protección al riesgo, por falta de reserva ante posibles pérdidas.

Los métodos para calcular el VaR, influyen significativamente en la precisión de su cálculo entre se tiene.

Método paramétrico varianza – covarianza

- ❖ **Sesgo.** Cuando, puede subestimar el riesgo, si supera un nivel de confianza muy alto (nivel de 99.9%) en activos que tienen “colas pesadas”.
- ❖ **Causa.** Este método asume que la información sigue una distribución normal. Los rendimientos reales son más estables que la predicción que hace la campana de

gauss, en los extremos teóricos, el calculo determinara una perdida que puede ser amplia; donde la desviación estándar, es el efecto más significativo.

Método simulación histórico

- ❖ **Sesgo.** Este método frecuenta sobrestimar el riesgo, si en la información recopilada, incluye una crisis financiera, o un evento de cisne negro que no influye en la volatilidad actual.
- ❖ **Causa.** Al seleccionar la información histórica, se considera que el futuro es igual al del pasado. Si se registra picos alto, no frecuentes de la volatilidad, se tiene que el VaR se manifiesta alto y no se normaliza hasta no excluir los datos que ocasionan, el ruido.

Método simulación monte Carlo

- ❖ **Sesgo.** La sobrestimación, se manifiesta en el producto, de una mala estimación de los parámetros de entrada, como por ejemplo una volatilidad alta.
- ❖ **Causa.** Al generarse una gran cantidad de escenarios de una forma aleatoria y si, el modelo inicial es demasiado pesimista, las correlaciones entre activos pueden estar sobredimensionados, se puede obtener un riesgo muy alto.

Diferencia entre el VaR y CVaR

| Característica | VaR (Valor en Riesgo) | CVaR (Valor en Riesgo Condicional) |
|--------------------|--|---|
| Enfoque | Probabilidad de no exceder una pérdida. | Promedio de las pérdidas que sí exceden el VaR. |
| Información | Solo da un umbral o límite. | Da la magnitud de la pérdida en situaciones de crisis. |
| Coherencia | No es considerada una medida de riesgo coherente (falla en subaditividad). | Se considera una medida coherente y más restrictiva. |

Modelo de paramétrico de varianza – covarianza

El modelo delta normal o varianza covarianza, es una técnica paramétrica para medir el riesgo que contrae los rendimientos de los activos cuya tendencia siguen una distribución normal.

Escenarios de aplicación.

- **Portafolio de activos líquidos.** Es la aplicación más común de utilizar el método en carteras de acciones o bonos, en mercados desarrollados y líquidos, como en los estados unidos y los europeos, por ser más estables.
- **Gestión de portafolios lineales.** Se utiliza cuando la relación de los cambios entre el valor del portafolio y los factores del riesgo, son lineales o pueden aproximarse a lineales mediante el delta de los activos.
- **Cumplimiento del regulatorio de Basilea.** Las diferentes entidades financieras lo utilizan para reportar exposiciones al riesgo del mercado, bajo lineamientos que buscan minimizar el riesgo sistemático.
- **Análisis del riesgo extremo (CVaR).** Este se realiza cuando se requiere conocer fuera de la máxima pérdida probable (VaR), el promedio de las pérdidas, en caso de que se presente una situación extrema que supere el umbral del VaR.

Modelos aplicativos.

Caso 1. Modelo VaR

Supongamos que un inversionista tiene una posesión en acciones Metro en enero 2026.

Inversión inicial = \$10.000.000

Volatilidad (σ) diaria = 2% basada en datos recientes del 2026

Nivel de confianza = 95% factor ($Z = 1.6449$)

Horizonte temporal = 1 día

Calculo.

La expresión matemática utilizada para calcular el VaR es la siguiente.

$$VaR_p = C \times Z \times \sigma_p \times \sqrt{t}$$

$$VaR = \$10.000.000 \times 1.6449 \times 0.02 \times \text{Raíz}(1) = \$328.980$$

Interpretación.

Existe un 95% de confianza en que la máxima pérdida en un día no supere los \$328.980

Caso 2 Modelo CVaR

Considerando el mismo portafolio; el CVaR mide que sucede con ese 5% de los casos en que se supere la máxima pérdida \$328.980

La expresión matemática: en una distribución normal el CVaR del 95% se calcula multiplicando la volatilidad por un factor específico $Z = 2.0626$

Calculo.

$$\text{CVaR} = \$10.000.000 \times 2.0626 \times 0.02 \times \text{Raíz}(1) = \$412.520$$

Interpretación.

si las pérdidas superan el umbral (VaR) la pérdida promedio esperada es de \$412.520.

Limitaciones del método

- ✚ **No es recomendable para opciones.** En carteras de derivados complejos el método delta normal subestima el riesgo en la curvatura (gamma) en estos casos es preferible el método delta Gamma o simulación monte Carlo.
- ✚ **Colas anchas.** Si el mercado presenta cisne negros o eventos de alta volatilidad no contemplados en la distribución normal, el VaR delta normal es insuficiente y es recomendable el CVaR o el método simulación histórica.

Modelo practico

Supongamos una cartera diversificada con una inversión de \$5.000.000 de pesos distribuidos según ponderación obtenida en el proceso de optimización del portafolio, de las siguientes acciones; PFBColom, BColombia, Davivienda, Ecopetrol, Nutresa, Gruposura.

Paso 1. Recolección de la información

Se obtienen los rendimientos diarios históricos de los años 2018 y 2019 de negociación para una de las seis (6) acciones o sea 466 datos.

Paso 2. Calculo de los rendimientos de la cartera.

Se calcula los rendimientos diarios de la cartera de la siguiente manera.

$$R_{dt} = R_{A1} \times P_{A1} + R_{A2} \times P_{A2} + R_{A3} \times P_{A3} + \dots + R_{A6} \times P_{A6}$$

Se multiplica cada rentabilidad diaria de cada activo por la ponderación obtenida de cada activo; por ejemplo, para el primer día será.

| PFBColom | BColombia | Davivienda | Ecopetrol | Nutresa | Gruposura | Rentabilidad diaria |
|----------|-----------|------------|-----------|---------|-----------|---------------------|
| -3.038% | -3.358% | -2.170% | -6.993% | -0.148% | -2.834% | -1.837% |

Paso 3. Se calcula las pérdidas y ganancias (P&G)

Se multiplica el valor de la rentabilidad diaria de la cartera por el monto de la inversión a realizar según ponderación.

| PFBColom | BColombia | Davivienda | Ecopetrol | Nutresa | Gruposura | diaria | P&G |
|----------|-----------|------------|-----------|---------|-----------|---------|--------------|
| -3.038% | -3.358% | -2.170% | -6.993% | -0.148% | -2.834% | -1.837% | -\$91,858.21 |

Donde la posible máxima pérdida esperada del día sería -\$91858.21

Paso 4. Ordenar y encontrar el VaR

Una vez obtenida el total de las 465 datos calculado de las pérdidas y ganancias P&G; Se ordenan de menor a mayor, buscamos el percentil.in del 5% del peor de los escenarios (es decir los 25 días con las máximas perdidas); para ello se copia en una columna los datos sin vinculo.

El VaR (95%) será el valor de P&G que se encuentre entre los 25 datos, en el caso del modelo se encuentra entre el rango (-\$64.739.66 a -\$64.721.92), empleando la formula Percentil.in (matriz, K), donde, la matriz son los datos (a1: a465) y k el 5% dando un valor del VaR (95%) del -\$64.736.11 la máxima perdida esperada.

Paso 5. Calcular el CVaR

El CVaR es el promedio de todas las perdidas que superaron el umbral de -\$64.736.11; el CVaR (95%) es de -\$82.455.31 el cual se encuentra en el rango [-\$80.311.90 a -\$82.665.28].

Interpretación

VaR (95%). Hay una probabilidad del 95% de que la cartera no pierda más de -\$64.739.66 en un solo día.

CVaR (95%). Si las cosas no son salen realmente bien y se supera el umbral del 5% la pérdida promedio esperada será de -\$82.455.31 en un día.

Método simulación histórico

Este método para su solución utiliza los datos reales del pasado para predecir el riesgo del futuro; sin tener en cuenta que estos siguen una distribución normal.

En lugar de emplear expresiones matemáticas complejas en la valoración, este método utiliza la selección de los precios obtenidos de cada activo, según cartera y horizonte de

tiempo analizar, es como si se pensará, que se repitiera exactamente el peor de día, del último tomado del tamaño de la muestra y nos preguntáramos ¿Cuánto perdería?

Características

- **No asume normalidad.** Se admite que los mercados pueden tener caídas extremas, es decir colas pesadas.
- **Se basa en hechos reales.** Se respalda, en la experiencia empírica y no en modelos teóricos.
- **Método sencillo.** Porque contempla lo que ya paso en el mercado.

Desventajas y ventajas del método

Entre las desventajas del método tenemos:

- ❖ **Dependencia total del pasado.** Si ocurre algo nuevo en el mercado que jamás ha ocurrido, como por ejemplo una pandemia inesperada o una regulación de la moneda, el método no podrá predecir porque estos hechos no están en los datos históricos.
- ❖ **Tamaño de la muestra.** Si se utiliza una muestra de 100 días el resultado puede ser volátil; si se toma la muestra grande 1000 días, se está tomando situaciones del mercado que ya pasaron no existen.
- ❖ **Efecto fantasma.** Cuando un día de caída extrema sale de la ventana de tiempo, por ejemplo, la caída se ocasiona en el 401 día y el modelo es de 400 días el VaR generado puede bajar, aunque el riesgo no haya disminuido.

Las ventajas pueden ser:

- **Percibe eventos extremos.** A diferencia de modelo paramétrico el método simulación histórico si registra cisnes negros o caídas bruscas ya ocasionadas. No se asume que el mercado se comporta en una forma perfecta o normal.
- **No se tiene supuestos estadísticos.** No es necesario calcular la desviación estándar, ni la correlación, los datos ya vienen con esa información.
- **Fácil de transmitir.** Es más fácil decirle a un comité de riesgo, que “perdemos x cantidad de plata porque en tal época, paso lo mismo” que explica las fórmulas estadísticas.

Procedimiento

Como el método histórico no genera ningún precio nuevo y simula nada, lo que hace es un ejercicio de *¿Qué pasaría sí?*

Para generar los precios futuros se hace el siguiente procedimiento:

- ✚ **Se elige el precio de hoy.** Supongamos que en una cartera de activo de seis (6) ya sea del mismo sector o de diferente; se selecciona una muestra de 120 precios diarios; de esos registrados, se toma el ultimo precio registrado, es decir el día 120.
- ✚ **Se extrae los cambios del pasado.** Con la anterior muestra de precios se calcula la rentabilidad diaria de cada activo formando la matriz de rendimientos diarios.
- ✚ **Se replica ese cambio en el precio de hoy.** Mediante la siguiente expresión matemática se estima el nuevo precio de hoy. $p_2 = p_1 \times \exp(R_d)$ se aplica a cada precio de hoy, por la exponencial de la rentabilidad diaria del activo.
- ✚ **Se genera una lista de precios “mañana”.** Se obtiene una matriz de precios posibles para mañana de los 120 datos.

Modelo de aplicación

Supongamos que se tiene una cartera de activos financieros compuesta por seis (6) activos, del mercado bursátil de la bolsa de valores de Colombia; PFBColom, BColombia, Davivienda, Ecopetrol, Nutresa, Gruposura; durante el lapso de tiempo de 2019, 2018 para un total de 465 datos de los precios de las acciones.

Paso 1. Se lista los precios de los activos seleccionados hoy

| fecha | PFBCOLOM | BColombia | Davivienda | ECOPETROL | NUTRESA | Gruposura |
|------------|-----------|-----------|------------|-----------|-----------|-----------|
| 02/02/2018 | 32,080.00 | 32,100.00 | 31,680.00 | 2,665.00 | 27,100.00 | 40,800.00 |
| 05/02/2018 | 31,120.00 | 31,040.00 | 31,000.00 | 2,485.00 | 27,060.00 | 39,660.00 |
| 06/02/2018 | 31,280.00 | 31,100.00 | 31,400.00 | 2,500.00 | 27,500.00 | 39,600.00 |
| ----- | ----- | ----- | ----- | ----- | ----- | ----- |
| 30/12/2019 | 45,800.00 | 44,000.00 | 45,980.00 | 3,315.00 | 25,400.00 | 34,000.00 |

Paso 2. Se calcula la matriz de rendimientos con la anterior matriz de precios.

| PFBColom | BColombia | Davivienda | Ecopetrol | Nutresa | Gruposura |
|----------|-----------|------------|-----------|---------|-----------|
| -3.038% | -3.358% | -2.170% | -6.993% | -0.148% | -2.834% |
| 0.513% | 0.193% | 1.282% | 0.602% | 1.613% | -0.151% |
| 0.891% | 1.911% | 1.392% | -2.840% | 0.363% | 1.005% |

| | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| -1.147% | -1.526% | -1.074% | -3.988% | -0.946% | -1.765% |
| 0.192% | -0.385% | -1.214% | 4.603% | -1.251% | -2.317% |

La matriz resultante de rendimientos se refleja en la anterior muestra de 465 datos.

Paso 3. Se replica ese cambio en el precio de hoy.

Precio de hoy

| fecha | PFBCOLOM | BC | Davivienda | ECOPETROL | NUTRESA | Gruposura |
|------------|-----------|-----------|------------|-----------|-----------|-----------|
| 30/12/2019 | 45,800.00 | 44,000.00 | 45,980.00 | 3,315.00 | 25,400.00 | 34,000.00 |

Paso 3 Lista de precios de mañana

| | PFBColom | BColombia | Davivienda | Ecopetrol | Nutresa | Gruposura |
|-----|-------------|-------------|-------------|------------|-------------|-------------|
| 1 | 45,800.00 | 44,000.00 | 45,980.00 | 3,315.00 | 25,400.00 | 34,000.00 |
| 2 | \$44,429.43 | \$42,547.04 | \$44,993.06 | \$3,091.10 | \$25,362.51 | \$33,050.00 |
| 3 | \$44,657.86 | \$42,629.28 | \$45,573.61 | \$3,109.76 | \$25,774.91 | \$33,000.00 |
| ... | | | | | | |
| 465 | \$65,387.78 | \$60,037.38 | \$66,038.19 | \$4,154.63 | \$23,525.46 | \$27,916.67 |

Paso 4. Matriz de verificación

Se construye la matriz de verificación que consiste en calcular el precio del mañana, al estimar el rendimiento logarítmico, este debe devolver el anterior rendimiento de la matriz inicial o sea la expuesta en el paso 2.

Paso 5. Posición futura simulada.

Supongamos que de cada activo se compra 100 títulos en el mercado multiplicado por el precio del mañana y se obtiene la posición futura simulada.

En el caso del modelo aplicado se tiene que el primer escenario vale \$19.547.312.93 y así sucesivamente hasta estimar el resto de los 465 escenarios resultantes.

Posición futura

Simulada

\$19,347,312.93

\$19,474,541.38

\$19,694,619.25

Paso 6. Se fijan los parámetros de confianza y monto de la inversión

El nivel de confianza es del 95% y un nivel significancia de (1-0.95) 5% el monto de la inversión a hoy \$19.849.500.

Paso 7 se calcula las pérdidas u ganancias de “mañana”.

se resta del valor hoy el valor de “mañana” y resultado el estado de perdida y ganancia se arrastra la operación a toda la muestra.

Pérdidas

Ganancias

-\$502,187.07

-\$374,958.62

-\$154,880.75

Una vez obtenida toda la muestra se copia en una nueva columna del Excel y se filtra de menor a mayor.

Paso 8 calcula el VaR y CVaR

Para calcular la máxima perdida se toma la columna filtrada de las perdidas y ganancias y se aplica la función PERCENTIL.INC (matriz, k) donde la matriz es la muestra filtrada y K es el nivel de significancia del 5%. Obteniéndose.

VaR = -\$1,122,637.06 significa que con un nivel de confianza del 95% la máxima perdida es de -\$1.122.637.06, basado con lo ocurrido en los dos últimos años.

El CVaR; el cual se estimaría mediante la siguiente expresión matemática. $Promedio(matriz, "<"\&VaR)$ El resultado es. CVaR = -\$1,486,530.39.

el valor promedio de obtener, perdidas que superen el umbral en 1 de cada 20 días que la cartera, podría caer por encima del umbral.

Conclusión

El método de simulación histórica no simula ningún valor, solo se proyecta un nuevo precio de “mañana” basado en el rendimiento del activo en tiempo hoy. Sobre ese precio se estima la cantidad de acciones a adquirir por cada activo, a ese valor y ¿Qué pasaría sí? Sube o baja este. Al ocurrir esa variación se genera una pérdida o ganancia según precio de hoy, situación que para inversionista corre un riesgo al invertir cierto capital, el cual se mide a través del indicador del valor en riesgo VaR, que indicaría cual es la máxima perdida posible “mañana”; en igual forma se estima con el indicador valor en riesgo condicionado CVaR, cuál sería el promedio de perdida más alto superado el umbral.

Método simulación Monte Carlo

Para desarrollar el método de simulación monte Carlo, comencare por preguntarme ¿Cómo hacer el procedimiento para estimar el valor en riesgo mediante simulación Monte Carlo?

Una gran variedad de los modelos de financieros y probabilísticos, se origina en un valor inicial V_0 como condición inicial del sistema. En el caso del modelo de cartera se tendría como valor inicial al precio P_0 de la acción en el mercado al momento de realizar la selección. Descripción del proceso:

Paso 1. Selección de la matriz de precios históricos que conforman la cartera.

Se selecciona el total de activos financieros que conformaran la cartera según condiciones del mercado y sectores de empresas que conforman el grupo de activos.

El precio de inicio P_0 es un dato de entrada, un input, que indica el “ahora”.

Punto de partida. Es un valor que fija las posibles trayectorias que puedan existir desde ese punto.

Referencia del rendimiento. Sirve para decidir al final del tiempo si gano o perdió en la inversión.

Determinación inicial. Ante la incertidumbre futura es incierto, el presente es conocido.

Paso 2. ¿Cuál es la expresión matemática para el cálculo del VaR?

Uno de los métodos que más se frecuenta para realizar la simulación monte Carlo es la del modelo movimiento Browniano Geométrico, la estructura de este es la siguiente.

$$S_t = S_{t-1} * \left(\exp \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) * \Delta t + \sigma * \epsilon \sqrt{\Delta t} \right)$$

Donde.

S_{t-1} = Precio inicial (P_0)

μ = Rendimiento promedio esperado (R_d)

σ^2 = Desviación estándar del rendimiento

Δt = Momento de tiempo según análisis (días, semanas, mes, año)

ϵ = Símbolo que indica lo que varía y genera multiplex líneas o escenarios llamados también, ruido aleatorio o proceso de Wiener.

Paso 3. ¿Cuándo se puede cambiar el precio inicial?

Aunque en la simulación estándar es fijo, se puede cambiar cuando se realiza análisis de sensibilidad.

- ✚ **Análisis de sensibilidad.** Cuando se cambia el precio inicial, para ver si este sube o baja.
- ✚ **Backtesting.** Si se está probando el modelo a implementar este cambiara dependiendo del precio inicial que se escoja.
- ✚ **Simulación de estrategias de entrada.** Si se desea considerar evaluar cuando comprar hoy o si esperar que el precio baje a cierto nivel.

Procedimiento.

El siguiente es el procedimiento para una cartera de al menos seis acciones.

- **Seleccionar los datos de entrada (input).** Se crea una tabla con los precios históricos seleccionados por activo, según horizonte tiempo a analizar y se toma el ultimo precio como precio inicial P_0 . De la tabla con los precios históricos se calcula la matriz de rentabilidades histórica y se obtiene:
 - la rentabilidad esperada (R_e), ya sea diaria o anual.
 - Volatilidad (σ). Se calcula la desviación estándar de la rentabilidades diaria o anualizada.
 - Se calcula la ponderación de cada activo, para determinar la cantidad de capital a invertir en cada activo financiero.
- **Formula del Movimiento Browniano Geométrico.** Se selecciona la celda donde se desee calcular el precio “día hoy”
= Precio Inicial * EXP ((Rendimiento - 0.5 * Volatilidad²) * (1/252) + Volatilidad * NORM.S.INV (ALEATORIO ()) * RAIZ (1/252))

Donde.

1/252 es la fracción del día de la negociación.

NORM.S.INV (ALEATORIO ()). Es la parte de Monte Carlo, que genera un numero aleatorio basado en una distribución normal.

- **Estructura de la cartera (correlación simple).** A la matriz de precios de históricos de los activos seleccionados se calcula la matriz de rendimientos históricos mediante la formula logarítmica $\text{LN}(P_2/P_1)$.

- Se calcula la rentabilidad esperado PROMEDIO (Rango. Rendimiento).
- Se calcula la desviación estándar DESVESTM (Rango rendimiento).

Los parámetros necesarios para formar la estructura del modelo son:

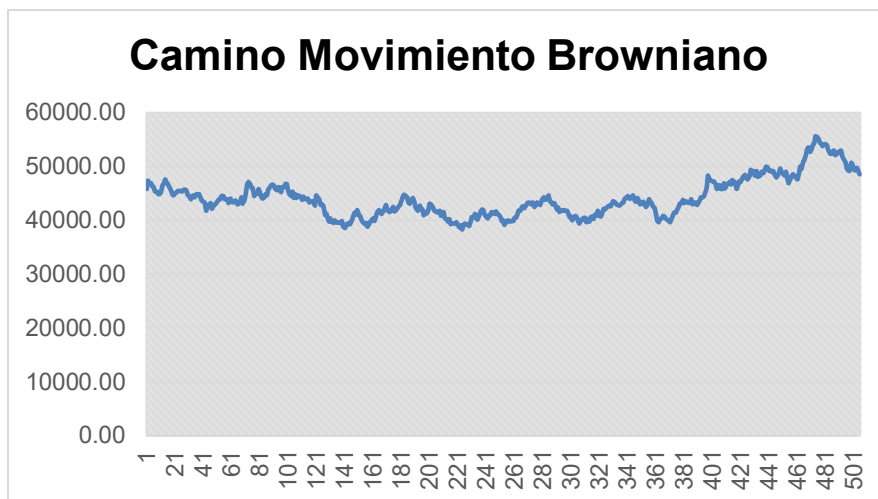
| Parámetro | Celda | Fórmula sugerida | Explicación |
|--------------------------|-------|---------------------------|-------------------------------------|
| Retorno Diario Promedio | E1 | =PROMEDIO (B: B) | Promedio de los rendimientos log. |
| Desv. Estándar Diaria | E2 | =DESVEST.M(B: B) | La "chispa" de aleatoriedad diaria. |
| Mu (μ) Anual | E3 | = (E1 * 252) + (E4^2 / 2) | El crecimiento teórico anual. |
| Sigma (σ) Anual | E4 | =E2 * RAIZ (252) | La volatilidad anualizada. |
| Delta T (ΔT) | E5 | =1/252 | El paso de tiempo (un día). |

➤ ¿Cómo organizar todo para la simulación?

Se organiza la hoja de trabajo, como primer elemento los precios iniciales P_0 , se distribuyen las columnas, la primera, que genere los números aleatorios, la segunda calcule DISTR.NORM.INV(COL.1,0,1) que muestra el valor bajo una distribución normal, La tercera (Col 0 le suma Col segunda) que se obtendría el acumulado del movimiento browniano, en la cuarta columna se calcula el precio simulado supongamos (H_2) donde H_1 es el precio inicial, constituye una pieza fija para comenzar la serie, y H_2 es el precio calculado con la formula del movimiento browniano y así sucesivamente hasta concluir la serie.

| Celda | Valor / Fórmula | Comportamiento |
|-------|-----------------|--|
| H1 | 48.500 | Fijo. Es el precio de cierre de hoy. |
| H2 | =H1 * EXP(...) | Calculado. Precio del día 1. |
| H3 | =H2 * EXP(...) | Calculado. Precio del día 2 (basado en el día 1). |
| H4 | =H3 * EXP(...) | Calculado. Precio del día 3 (basado en el día 2). |

Al realizar la representación grafica de los precios simulados se obtiene el camino movimiento browniano geométrico de esta forma.



➤ **Matriz de precios simulados.**

Al simular todos los precios de cada uno de los activos se toma una copia de estos en un momento y se pega en otra hoja sin vinculación.

Una vez obtenida, la matriz de precios simulados, se procede a calcular la matriz de rentabilidades logarítmicas, la matriz de covarianza.

➤ **Encontrar la Ponderación de cada activo en la cartera.**

Una vez estructurado el modelo de cartera para optimizar, se corre bien sea mediante el complemento de Solver o mediante un software especializado para obtener la ponderación.

Se simula la cartera para un total de días según decisiones y simula para una corrida mínimo de 1000 datos.

➤ **Calcular la rentabilidad diaria**

Una vez calculada la ponderación de los activos se calcula la rentabilidad diaria de la siguiente manera.

$$R_{dt} = R_{A1} \times P_{A1} + R_{A2} \times P_{A2} + R_{A3} \times P_{A3} + \dots + R_{A6} \times P_{A6}$$

➤ **Se fijan los parámetros**

Monto de la inversión. Cantidad de dinero que el inversionista va invertir en la cartera.

Nivel de confianza. 95%

Nivel de significancia. (1-0.95) 5%

Tiempo. 1 día

➤ **Cálculo del estado pérdidas y ganancias.**

De acuerdo al monto de la inversión se multiplica el valor de la rentabilidad diaria por el valor del monto y se arrastra a toda la serie.

➤ **Clasificar los resultados de las pérdidas y ganancias.**

Una vez obtenida las perdidas y ganancias se clasifican de menor a mayor.

➤ **Se calcula el valor en riesgo Var.**

Mediante la siguiente expresión se calcula $VaR = PERCENTIL.IN (RANGO, K)$

Donde rango es la serie clasificada y k es el valor de significancia 5%.

Si se utiliza sobre la columna de las rentabilidades diarias se encuentra el porcentaje de pérdida diaria. Si la utiliza sobre la columna de las pérdidas y ganancias diaria se obtiene la cantidad de dinero que perdería diariamente.

Identifica el valor por debajo del cual cae el 5% de los peores rendimientos.

El VaR en valor significa que existe un 95% de confianza en que la pérdida en un día no supere esa cantidad estipulada.

➤ **Cálculo del CVaR condicionado.**

El CVaR mide el promedio de la pérdida esperada en los escenarios más desfavorables, aquellos que excedan el umbral establecido por el VaR.

❖ **Perdida promedio de la “cola”.** Al fijar un nivel de confianza del 95%; el valor del CVaR nos indica cual es el promedio de la pérdida que suceden en el 5% de las peores pérdidas.

❖ **Magnitud de los extremos.** Con el valor en riesgo VaR se nos dice que no se pierde más de X cantidad de plata el 95% de las veces. El CVaR nos indica cuanto se perdería si se callera el 5% de las veces en esos peores casos.

➤ **Calculo del CVaR**

Para el calculo del CVaR se utiliza la función promedio de tal forma que solo se tome los valores que superen el umbral.

La formula a utilizar es la siguiente.

Fórmula: =PROMEDIO.SI (Rango_Cartera; "<" & Celda_VaR)

Donde.

La función = PROMEDIO. SI ()

Rango de la cartera. Es la serie de los valores de pérdidas y ganancias.

“<” = indica que solo se considera los menores al umbral.

Celda VaR = es la posición o celda donde se encuentra el valor calculado del VaR

➤ Diferencia entre el VaR y el CVaR

| Característica | VaR (Valor en Riesgo) | CVaR (Valor en Riesgo Condicional) |
|--------------------|--|---|
| Enfoque | Probabilidad de no exceder una pérdida. | Promedio de las pérdidas que sí exceden el VaR. |
| Información | Solo da un umbral o límite. | Da la magnitud de la pérdida en situaciones de crisis. |
| Coherencia | No es considerada una medida de riesgo coherente (falla en subaditividad). | Se considera una medida coherente y más restrictiva. |

Modelo aplicativo

Supongamos una cartera de seis (6) activos de diferentes sectores; PFBColom, BColombia, Davivienda, Ecopetrol, Nutresa, Gruposura; durante el lapso de tiempo de 2018, 2019, para un total de 465 datos de los precios de las acciones.

Se desea proyectar el precio de “mañana” para estimar el VaR diario, mediante la modalidad de la simulación Monte Carlo.

Solución

Mediante la construcción de la matriz de los precios históricos diarios de los dos años seleccionados de las acciones se toma los precios del último día. Este será el precio inicial P_0

| fecha | PFBCOLOM | BC | Davivienda | ECOPETROL | NUTRESA | Gruposura |
|------------|-----------|-----------|------------|-----------|-----------|-----------|
| 30/12/2019 | 45,800.00 | 44,000.00 | 45,980.00 | 3,315.00 | 25,400.00 | 34,000.00 |

Se calcula la matriz de rentabilidad diaria de los precios históricos mediante la fórmula logarítmica. Una vez obtenida, se estima la rentabilidad promedio esperada y la desviación estándar diaria.

| | PFBCOLOM | BC | Davivienda | ECOPETROL | NUTRESA | Gruposura |
|----------------------------|----------|--------|------------|-----------|---------|-----------|
| Rentabilidad | 0.094% | 0.048% | 0.038% | 0.114% | 0.047% | 0.028% |
| Varianza | 0.020% | 0.023% | 0.019% | 0.041% | 0.010% | 0.014% |
| Desviación Estándar | 1.415% | 1.521% | 1.366% | 2.017% | 0.999% | 1.169% |

Al tener definido el precio inicial que representa el “ahora” se efectúa la simulación de los precios del “mañana”. Aunque el futuro es incierto (estocástico) el presente es determinístico. De esos estadísticos se toman la rentabilidad promedio esperada de cada

activo y la desviación estándar diaria de la cartera para generar los nuevos precios simulados.

Aplicando las condiciones del modelo movimiento browniano geométrico se proyecta el precio simulado del “mañana”.

| PRECIOS SIMULADOS | | | | | |
|-------------------|-----------|------------|-----------|-----------|-----------|
| PFBCOLOM | BC | Davivienda | ECOPETROL | NUTRESA | Gruposura |
| 45,800.00 | 44,000.00 | 45,980.00 | 3,315.00 | 25,400.00 | 34,000.00 |
| 45,830.66 | 44,024.08 | 46,012.83 | 3,315.90 | 25,395.12 | 33,984.49 |
| 46,716.01 | 44,410.37 | 46,113.58 | 3,364.90 | 24,991.99 | 34,595.93 |
| 46,623.02 | 44,633.58 | 45,669.49 | 3,418.05 | 25,122.26 | 34,485.19 |

Con los precios simulados del “mañana” se copia y se lleva a una nueva hoja donde se tenga vinculo y se calcula la rentabilidad diaria de los precios simulados.

| RENTABILIDAD PRECIOS SIMULADOS | | | | | |
|--------------------------------|---------|------------|-----------|---------|-----------|
| PFBCOLOM | BC | Davivienda | ECOPETROL | NUTRESA | Gruposura |
| 1.913% | 0.874% | 0.219% | 1.467% | -1.600% | 1.783% |
| -0.199% | 0.501% | -0.968% | 1.567% | 0.520% | -0.321% |
| 0.064% | -0.567% | 1.124% | 3.428% | 2.437% | 1.286% |
| -0.315% | -3.080% | -0.731% | -1.392% | -0.265% | 0.957% |
| 0.233% | 3.364% | -2.228% | -1.651% | 0.729% | -0.401% |

Con la rentabilidad diaria de los precios simulados se estructura el modelo de portafolio y se calcula la ponderación de cada activo en el “mañana”.

| PFBCOLOM | BC | Davivienda | ECOPETROL | NUTRESA | Gruposura |
|----------|--------|------------|-----------|---------|-----------|
| 13.60% | 11.81% | 14.80% | 7.75% | 31.17% | 20.86% |

Con la ponderación obtenida el activo más participación es Nutresa con un 31.17% y la de menor es Ecopetrol con 7.75%.

Con esta ponderación se calcula la rentabilidad diaria de la cartera.

| Rentabilidad Diaria |
|---------------------|
| 0.383% |
| 0.106% |
| 1.402% |
| -0.506% |
| 0.115% |

Una vez obtenida la rentabilidad diaria de la cartera se define los parámetros el monto de capital y los parámetros estadísticos para calcular el valor en riesgo.

Nivel de confianza 95%; nivel de significancia (1-0.95) 5%; Monto de la inversión \$5.000.000.

Se calcula el estado de pérdidas y ganancias diarias. Las cuales se organizan de menor a mayor.

| P&G |
|---------------------|
| \$19,132.02 |
| \$5,276.50 |
| \$70,097.02 |
| -\$25,283.28 |
| \$5,740.07 |
| \$32,162.71 |
| \$36,966.68 |
| -\$6,613.55 |
| \$10,285.97 |
| -\$16,387.83 |
| -\$12,451.82 |

Ahora se calcula el valor en riesgo VaR (95%) mediante la función de Excel PERCENTIL.INC (RANGO, K) se obtiene el valor.

VAR -\$38,707.80

Donde el valor el riesgo es de -\$38.707.80 significa que un nivel de confianza del 95% la máxima pérdida es el quinto valor estimado de la lista.

Se calcula el valor en riesgo condicionado CVaR como el PROMEDIO (RANGO, "<" &VAR).

CVaR -\$50,195.95

Significa que la pérdida promedio una vez superado el umbral es de -\$50.195.95

En un segundo escenario estimado sobre los precios simulados del "mañana" se estableció que el nuevo valor en riesgo es:

VAR -\$40,639.53

Un poco mayor al anterior escenario, donde la máxima pérdida ahora es de -\$40.639.53 y el riesgo promedio de que se supere este umbral es de

CVaR -\$53,592.05

Cada vez que se simula un nuevo precio es posible obtener un valor en riesgo superior o inferior al anterior, teniendo en cuenta que se utiliza un modelo estocástico como el movimiento browniano geométrico para generar el precio futuro.

Resumen

Se observa que el inversionista al invertir un capital de \$5.000.000 en la cartera propuesta puede sufrir una máxima pérdida cada 25 días de -\$38.707.80 y en el peor de casos de -\$50.195.95.

Mediante la simulación Monte Carlo se busca establecer múltiples escenarios de precios futuros, para identificar cual es la máxima pérdida, que no superara, con un nivel de confianza determinado.

Cada vez que se simula los nuevos precios del “mañana” se genera un escenario donde los rendimientos varían y por consiguiente la máxima pérdida VaR es variante. Para tomar una decisión se debe analizar por lo menos una muestra de escenarios y seleccionar el de la máxima pérdida menor.

¿Cuál de los tres métodos, es el más indicado para el inversionista, según resultados del modelo?

Para un inversionista con un portafolio de acciones, el método más indicado suele ser la **Simulación histórica**.

- ❖ **Simulación Histórica (El favorito):** No asume que los rendimientos siguen una distribución normal (campana de Gauss). Esto es clave en acciones, ya que suelen presentar "colas pesadas" (eventos extremos negativos que ocurren más seguido de lo que la teoría dice). Es fácil de explicar y usa datos reales del mercado.
- ❖ **Varianza-Covarianza (Paramétrico):** Es el más rápido y sencillo, pero asume normalidad. Para acciones, esto es peligroso porque subestima el riesgo de caídas bruscas (cisnes negros).
- ❖ **Monte Carlo:** Es el más robusto y preciso, ideal para derivados complejos (opciones), pero es costoso en términos de computación y tiempo. Para un portafolio de acciones estándar, suele ser "demasiado motor" para lo que se necesita.

Resumen: Si buscas un equilibrio entre **precisión técnica** y **realismo del mercado**, por ello el método más indicado es de la simulación histórica.

Modelo backtesting y prueba kupiec

El método backtesting es el proceso estadístico que valida la precisión de un modelo VaR, comparando las pérdidas proyectadas con los resultados reales obtenidos históricamente.

Para realizar esta comprobación se fundamenta en la herramienta del estadístico Kupiec. El estadístico Kupiec es un enfoque de “*pruebas retrospectivas*”, es como ir a un examen real, ayuda a garantizar el modelo, a ver si es viable o no.

Si el modelo no pasa la prueba Kupiec hay que calibrar el modelo o cambiar los activos de la cartera.

¿En consiste la prueba retrospectiva?

Consiste en:

- **Probar la precisión.** Significa que se hacen pruebas retrospectivas para asegurarnos, sobre las posibles pérdidas previstas del modelo financiero y que sean precisas. Por ejemplo, un modelo predice, que vale \$100; lo que dicha predicción hace es verificar, si es cierto, o no, con los datos históricos seleccionados.
- **Mejorar el modelo.** Si el resultado de la prueba retrospectiva, muestra que el modelo está equivocado, entonces el modelo requiere un ajuste o replanteamiento a los datos.
- **Cumplir las normas.** Los reguladores financieros exigen a todas las instituciones financieras, las pruebas retrospectivas, para garantizar que el modelo sea sólido y que las instituciones no subestimen el riesgo.

Es un proceso estadístico, para comprobar la precisión, si el modelo de VaR está bien diseñado, comparando las pérdidas proyectadas con los resultados reales obtenidos históricamente. Se compara, la proporción observada de excepciones con la proporción esperada según supuesto del modelo.

El estadístico Kupiec, comúnmente llamado prueba de proporciones de fallo (POF) es una prueba del backtesting, utilizado en finanzas para validar la precisión de un modelo de valor en riesgo VaR.

A diferencia de la “t Student”, convencional que compara medias, esta prueba, evalúa, si el número de veces que las pérdidas reales superan el VaR estimado coinciden, con el nivel de confianza del modelo considerado.

Definir los parámetros

1. Intervalos de confianza IC
2. Horizonte de tiempo. Cuanto es el horizonte de tiempo analizar en el modelo
3. Número de excepciones que puede admitir el modelo.
4. Formula de probabilidad

Formula del estadístico.

$$LR_{POF} = -2LN \left[\frac{P^X (1 - P)^{(N-X)}}{\hat{p}^x (1 - \hat{p})^{N-x}} \right]$$

Donde.

N = Número de observaciones

X = Número de excepciones (que las perdidas superan al VaR)

P = Probabilidad teórica de falla (1-IC)

\hat{p} = proporción observada de falla (x/N)

LR = Razón de verisimilitud (Estadístico Kupiec), sigue una chi-cuadrado con 1 grado de libertad.

Prueba Valué-p

Si una Valué – p, es < 5% el modelo no funciona adecuadamente.

Si una valué – p, es > 5% el modelo no funciona correctamente.

Se dice 1 grado de libertad porque solo se está calculando un parámetro Kupiec.

Podemos decir que se compara la proporción observada de excepciones o brechas, con la proporción esperada, según el supuesto del modelo.

¿Porque se asume una distribución chi- cuadrado?

La razón para asumir una distribución chi – cuadrado se fundamenta, en la estadística de la razón de verosimilitud, donde la probabilidad, implica comparar dos modelos, observando que la probabilidad de los datos, esté bajo el modelo comparativo con el otro modelo. Esta comparación da normalmente, como resultado una estadística de prueba, que se distribuye normalmente. Implicando una proporción, que lleva a considerar una distribución chi – cuadrado.

Resumen (Kupiec – test)

¿Qué es un enfoque de prueba retrospectiva?

Es comprobar la precisión del modelo de dirección del VaR.

1. Ayuda a garantizar que el modelo sea viable y adecuado en la consideración del riesgo.
2. Si el modelo del VaR no pasa la prueba del Kupiec, significa, que es necesario recalibrar el modelo o reevaluar la cartera.

El número de excepciones que pueden obtenerse en el modelo, según nivel de significancia; es el total de observaciones obtenidas según muestra.

Fundamento del Kupiec

Objetivo. Evaluar un modelo de VaR, comparando la frecuencia de intervalos de excepciones con la frecuencia teórica esperada.

Hipótesis Nula. La tasa de excepciones = tasa de excepciones teórica, definida por nivel de significancia del 10%, 5%, 1% para un intervalo de confianza 90%, 95%, 99%.

Distribución. El estadístico asintóticamente sigue una distribución Chi – cuadrado con 1 grado de libertad.

Inconsistencias al estimar el VaR

Al estimar el VaR se pueden presentar las siguientes inconsistencias.

Sobrestimación. Es cuando el valor en riesgo VaR, es demasiado alto y el riesgo real es menor, para ello se debe utilizar el siguiente enfoque.

1. **Conteo de excepciones.** Se cuenta cuantas veces la pérdida real supero el VaR.
 - 1.1. **Sobreestimación.** Se presenta cuando el numero de excepciones es significativamente menor a lo esperado estadísticamente. Por ejemplo, si con un nivel de confianza del 99% para un año de 252 día, se espera unas 2.5 excepciones. Si hay 0 o 1 excepciones constantemente, el modelo es demasiado conservador y está sobreestimado.
2. **Test de Kupiec.** Sirve para evaluar, si la proporción de los fallos es consistente con el nivel de confianza. Si la tasa de excepciones es muy baja, el test rechaza el modelo por falta de precisión.
3. **Función de pérdidas (test de López).** A diferencia del conteo sencillo, este método analiza la distancia o magnitud de las diferencias.

3.1. **Como se detecta el sesgo.** Este método consiste en una puntuación numérica a las estimaciones. Donde un VaR permanentemente está muy alejado de los rendimientos reales, incluso si no hay excepciones, recibirá una puntuación, por ineficiencia, por exceso de capital.

4. **Semáforo de Basilea.** Los reguladores bancarios utilizan un sistema de colores para supervisar estos modelos.

Comisión para el mercado financiero (CMF)

- ❖ Zona verde. El modelo es preciso.
- ❖ Zona amarilla / roja. Demasiadas excepciones (subestimación)
- ❖ Interpretación de la subestimación. Aunque los reguladores se interesan más por las zonas rojas (riesgo de quiebra) las entidades financieras vigilan la “sobre – cobertura”, porque penalizan la rentabilidad al inmovilizar capital innecesario.

Resumen

| Resultado del Backtesting | Diagnóstico del Modelo | Implicación |
|----------------------------------|-------------------------------|----------------------------------|
| Pocas o 0 excepciones | Sobreestimado | Capital ocioso e ineficiencia. |
| Excepciones según el % | Bien calibrado | Uso eficiente del capital. |
| Muchas excepciones | Subestimado | Riesgo de pérdidas no cubiertas. |

Para determinar si un modelo VaR esta sobreestimado; el test de kupiec evalúa, si el número de excepciones es demasiado bajo en comparación con la probabilidad estadística.

El estadístico kupiec no se refiere a una distribución t Student, si no a una prueba de razón de verisimilitud basada en la distribución chi- cuadrado. Herramienta más utilizada en backtesting de modelos de valor en riesgo VaR, para validar si el número de pérdidas que superan al límite estimado coincide con el nivel de confianza del modelo.

Modelo aplicativo.

Supóngase que se tiene un modelo de cartera conformado por seis (6) acciones de diferentes sectores. PFBColom, BColombia, Davivienda, Ecopetrol, Nutresa, Gruposura; durante el lapso de tiempo de 2018, 2019, para un total de 504 datos de los precios de las acciones.

Explicare el procedimiento del backtesting mediante varios escenarios para demostrar la eficiencia del modelo, según el tamaño de excepciones obtenidas.

Inicialmente se considero tomar como horizonte de la muestra el total los 504 días;

realizado el proceso de identificación de las pérdidas y ganancias, filtrándola de menor a mayor, luego se calcula, el valor en riesgo (VaR); se procedió a estimar la eficiencia del modelo para un nivel de confianza del 95%.

Escenarios 1 (Kupiec (LR))

Este primer escenario se realizó para un total de muestra (504) días.

Con un nivel de confianza del 95% lo esperado en excepciones es $(504 \cdot 0.05)$ 25,20. El total, de excepciones observadas (x) es 30.

Aplicando el estadístico Kupiec con un nivel de confianza del 95% y siguiendo una distribución chi – cuadrado con 1 grado de libertad, el valor crítico es de 3.84; el valor del LR, dio 0.9095, al estar tan cerca, las 30 excepciones de 25.20, el estadístico de la razón de verisimilitud es bajo. Como el valor 0.91 es < 3.84 , el modelo es estadísticamente valido, para un nivel de confianza del 95%. no hay suficiente evidencia para ser rechazado, aunque las 30 excepciones $> 25,2$ excepciones esperadas, la desviación cae dentro el rango del test que considera “ruido estadístico” aceptable para ese periodo analizado. La diferencia no es lo suficientemente grande como para decir que el modelo está mal diseñado; para decir si se atribuye al azar o "ruido" estadístico normal.

Resumen de validación (504 días (2 años) / 30 excepciones)

| Nivel VaR | Fallos Esperados | Estadístico Kupiec | Estado del Modelo |
|-----------|------------------|--------------------|--------------------|
| 99% | 5 | 58.38 | Inadecuado (Falla) |
| 95% | 25 | 0.91 | Adecuado (Pasa) |

Regla de decisión. Para validar el modelo, comparamos nuestro resultado con el **valor crítico** de la distribución Chi-cuadrado (χ^2) con 1 grado de libertad al 95% de confianza:

- **Valor Crítico: 3.841**
- **Resultado: 0.9095**

Conclusión. **No se rechaza la hipótesis nula.** Esto significa que, aunque se tiene 30 excepciones (un poco más de los 25 esperados), la diferencia no es lo suficientemente grande como para decir que el modelo está mal diseñado; se atribuye al azar o "ruido" estadístico normal.

Semáforo de control. Se tiene el siguiente semáforo de control para ubicar el resultado del modelo.

- ❖ Zona Verde (Aceptable): Hasta 33 excepciones.
- ❖ Zona Amarilla (Alerta): Entre 34 y 41 excepciones.
- ❖ Zona Roja (Rechazo): 42 o más excepciones.

Con 30 excepciones, estás cómodamente en la **zona de aceptación** para un horizonte de 2 años al 95%.

¿Qué tan lejos se encuentra del límite, el modelo?

Para encontrar que tan lejos se encuentra el resultado, si es bajo o alto el ruido de los movimientos de los datos analizados, se realiza el siguiente procedimiento.

✓ Se calcula el estadístico t de la siguiente forma.

$$t = \frac{\text{promedio} - \text{limite}}{\frac{\text{desviación estandar}}{\text{error estandar}}}$$

Donde la diferencia del promedio y el límite dividido entre la desviación estándar y el error estándar. Si el valor del estadístico t es mayor a 1.964 se estaría fuera del límite con la significancia estadística.

Con un nivel de confianza del 99% de significancia 2.84, si es mayor también estaría fuera de límite.

Para el caso del modelo de los 504 días que corresponde a 2 años bursátiles se quiere saber si el rendimiento en los 2 años de 0.024% es distinto de 0, es decir, si realmente hay una ganancia sistemática.

Prueba

n = 504 días

Rendimiento promedio observado $R_e = 0.024$

Meta/límite = 0

Desviación estándar = 0.761

Aplicar la fórmula

$$t = \frac{R_e - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

$$t = \frac{0.024 - 0}{\frac{0.761}{\sqrt{504}}} = \frac{0.024}{0.0339} \approx 0.7080$$

¿Qué tan lejos esta del límite?

El valor crítico para 504 días es 1.9645 (para un 95% de confianza).

- ❖ La posición: Está a 0.7080 desviaciones estándar del centro.
- ❖ Conclusión: No ha alcanzado el límite de significancia. Para que ese rendimiento del 0.024% se considere "sólido" y no puro azar, tu estadística tendría que ser mayor a 1.9645.

Interpretación.

- ✚ Está al 36.04% del camino hacia el límite de confianza (0.7080 / 1.9645).
- ✚ Esto significa que hay aproximadamente un **47.97% de probabilidad** de que ese 0.024% sea simplemente **ruido del mercado** y no una ventaja real.

¿Por qué 47,97% de probabilidad?

Este valor **47,97%** de sale de buscar tu resultado (0.7080) en una tabla de probabilidad normal.

Escenarios 2

Supongamos el modelo anterior, se realiza la prueba del Kupiec siguiendo los lineamientos del Acuerdo de Basilea II que acuerda realizar una ventana de al menos de 250 observaciones diarias para realizar la prueba.

Este segundo escenario, se realizó para una ventana de muestra (254) días.

Con un nivel de confianza del 95%, lo esperado en excepciones es (254*0.05) 12,70

Total, de excepciones observadas (x) es 15.

Aplicando la fórmula de Kupiec

$$LR_{POF} = -2LN \left[\frac{P^X (1 - P)^{(N-X)}}{\hat{p}^X (1 - \hat{p})^{N-x}} \right]$$

$$LR_{POF} = -2LN \left[\frac{0.05^{15} (1 - 0.05)^{(254-15)}}{0.0591^{15} (1 - 0.0591)^{(254-15)}} \right] = 0.4154$$

Aplicando el estadístico Kupiec con un nivel de confianza del 95% y siguiendo una distribución chi – cuadrado con 1 grado de libertad, el valor critico es de 3.84; el valor del LR, es 0.4154, al estar tan cerca de las 15 excepciones del valor 12.7, el estadístico de

la razón de verisimilitud es bajo. Como el valor 0.415 es < 3.84 , el modelo es estadísticamente válido, para un nivel de confianza del 95%. No hay suficiente evidencia para ser rechazado, aunque las 15 excepciones > 12.7 excepciones esperadas, la desviación cae dentro del rango del test que considera "ruido estadístico" aceptable para ese periodo analizado. La diferencia no es lo suficientemente grande como para decir que el modelo está mal diseñado; para decir si se atribuye al azar o "ruido" estadístico normal.

Regla de decisión. Para validar el modelo, comparamos nuestro resultado con el **valor crítico** de la distribución Chi-cuadrado (χ^2) con 1 grado de libertad al 95% de confianza:

- **Valor Crítico: 3.841**
- **Resultado: 0.4154**

Conclusión. No se rechaza la hipótesis nula. Esto significa que, aunque se tiene 15 excepciones (un poco más de los 12.7 esperados), la diferencia no es lo suficientemente grande como para decir que el modelo está mal diseñado; se atribuye al azar o "ruido" estadístico normal.

¿Qué tan lejos se encuentra del límite el modelo?

$$t = \frac{0.024 - 0}{\frac{0.761}{\sqrt{254}}} = \frac{0.024}{0.0477} \approx 0.0503$$

El valor crítico para 254 días es 1.96 (para un 95% de confianza).

- ❖ La posición: Está a 0.0503 desviaciones estándar del centro.
- ❖ Veredicto: No ha alcanzado el límite de significancia. Para que ese total fallas de 0.024 se considere "sólido" y no puro azar, la estadística tendría que ser mayor a 1.96.

Interpretación en "distancia"

- ✚ Está al 0.256% del camino hacia el límite de confianza (0.0503 / 1.96).
- ✚ Esto significa que hay aproximadamente un **48.1% de probabilidad** de que ese 0.025% sea simplemente **ruido del mercado** y no una ventaja real.

¿Por qué 48,10% de probabilidad?

Este valor **48,10%** se sale de buscar tu resultado (0.0503) en una tabla de probabilidad normal.